

Méthodes asymptotiques pour les structures minces

Olivier MILLET – Ecole d'été – Quiberon, 16-22 septembre 2012

L'objectif de ce cours est de donner un aperçu général sur l'utilisation des méthodes asymptotiques en théorie des structures. Dans la littérature, il existe un nombre important de modèles différents pour les structures minces, aussi bien en théorie des plaques (modèles de Kirchhoff-Love, de Von-Karman, de Reissner-Mindlin ...), qu'en théorie des coques (modèles de membrane ou de flexion pure linéaires ou non linéaires, modèle de Koiter, modèle de Novozhilov-Donnell, modèle de Koiter pour les coques faiblement courbées, ...). Pour les poutres voiles ou les poutres à parois minces, le modèle de référence est celui de Vlassov en théorie linéaire élastique. Par contre, en théorie non linéaire, il n'existe que très peu de modèles consistants dans la littérature.

La plupart de ces modèles de plaques, de coques et de poutres à parois minces, sont obtenus à partir d'hypothèses a priori sur les déplacements et les contraintes (hypothèses cinématiques ou statiques). Or le domaine de validité de ces hypothèses, et donc celui du modèle de structure mince associé, n'est en général pas précisé. Ainsi, il n'est pas toujours facile pour l'utilisateur de savoir quel modèle utiliser dans la pratique.

Le recours au calcul numérique systématique pour s'affranchir de la difficulté du choix du modèle n'est pas une solution. En effet, des problèmes numériques particuliers apparaissent lorsque l'on désire simuler le comportement de structures très minces. Il se produit des phénomènes de verrouillage numérique, dégradant fortement la convergence du calcul, voire le rendant impossible. D'autre part, il est souvent difficile de savoir quel est le modèle de structure mince utilisé par le logiciel pour le calcul numérique (notamment lorsqu'il s'agit de logiciels industriels utilisés comme des boîtes noires), le résultat pouvant en dépendre de façon importante.

Pour répondre à ces questions, nous commencerons dans ce cours par rappeler les notions mathématiques qui seront utiles pour mettre en œuvre la méthode des développements asymptotiques en théorie des structures minces (géométrie différentielles des surfaces, problèmes de perturbation singulières...). Ensuite, nous montrerons sur quelques exemples comment justifier rigoureusement des modèles classiques de structures minces existant dans la littérature en précisant le domaine de validité, et construire de nouveaux modèles pertinents. Enfin, nous évoquerons les problèmes de verrouillage numérique associés et donnerons quelques pistes pour essayer de s'en affranchir.