

## Ecole d'été sur les méthodes asymptotiques en mécanique

### Résumé du cours Homogénéisation asymptotique

D. Caillerie

L'homogénéisation, aussi appelée changement d'échelles ou passage micro-macro ou upscaling ..., désigne la procédure qui consiste à déterminer la modélisation homogène d'un milieu finement hétérogène. Le bénéfice est évident puisqu'il ne sera plus nécessaire de prendre en compte le détail des hétérogénéités dans les calculs analytiques ou numériques du milieu. Le mot clé dans la présentation qui précède est « finement » il suppose que le milieu présente au moins deux échelles. Une échelle fine où, si on regarde de près, on voit le détail des hétérogénéités : fibres dans un composite, porosités dans un milieu poreux, micro fractures dans un milieu endommagé, ... et une échelle plus grossière où tous ces détails ne sont plus discernables. Dans ce cas, il est légitime de penser que si le milieu est sollicité au niveau de la grande échelle, la réponse, qui moyennera d'une façon ou d'une autre les détails de la petite échelle, sera aussi au niveau de cette échelle.

Il existe plusieurs méthodes d'homogénéisation, ce cours sera consacré à une méthode qui tire partie de la séparation d'échelles en introduisant un petit paramètre  $\varepsilon$  qui est, en gros, le rapport de la taille des hétérogénéités sur celle du milieu. Cette méthode a été développée pour les milieux à hétérogénéités périodiquement distribuées, elle est basée sur des développements asymptotiques, dits en double échelle, en puissances du petit paramètre. Il y a beaucoup de références sur la sujet, la méthode ayant été appliquée à de nombreux domaines de la physique et à de nombreuses situations ; les deux références classiques sont rappelées à la fin de ce résumé.

Le cours abordera les points suivants :

- Etude d'un milieu monodimensionnel – solutions analytiques et étude de la limite  $\varepsilon \rightarrow 0$  - introduction et justification des développements asymptotiques
- Application de la méthode à un problème bidimensionnel de type diffusion (conduction thermique stationnaire)
- Application de la méthode à milieu élastique isotrope
- Application de la méthode à la filtration en milieu poreux – équations de Darcy
- Modélisation continue de structures discrètes

Suivant le temps disponible et le souhait des participants, d'autres aspects pourront être abordés : homogénéisation de milieux hyperélastiques (grandes déformations), problème d'homogénéisation à plusieurs petits paramètres.

### Références

- [1] BENSOUSSAN A., LIONS J.L., PAPANICOLAOU G. (1978). - Asymptotic Analysis for Periodic Structures. - Amsterdam, North Holland.
- [2] SANCHEZ-PALENCIA E. (1980). - Non Homogeneous Media and Vibration Theory. - Lectures Notes in Physics n° 127. Berlin, Springer Verlag.